# 第 5 章

# ローレンツ変換の帰結

この章では、ローレンツ変換を用いた場合に説明できる、運動学的な結果について論じていきたいと思います。とくに相対論以前の波動論で困難が生じたことがらを、相対論がどのように説明するのかを詳しくみることにしましょう。相対論によって、さまざまなことがらが一貫性をもって説明されていくのを確認してください。後半は、ローレンツ変換を行うと世界がどう見えるか、ということを論じていきます。最後に、相対論で必ず話題になる「双子のパラドックス」の解説をしたいと思います。

## 5.1 ローレンツ変換と光の伝わり方

まずは、光の伝わり方がローレンツ変換によってどう変化するか考えてみましょう。光速度がどんな慣性系からみても同じことは確認しました。しかし、波長や振動数といった波の性質を現す量はどうなるのでしょうか。そのために、まずは波の進行方向や波長、振動数を表現する方法を確認するところからはじめましょう。

### 5.1.1 波の進行方向を表すベクトル

波長 $\lambda$、周期 $T$ の正弦波があったとき、その振動は、

$$A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \tag{5.1}$$

で表されます。そこで、角振動数 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ および波数 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ を用いれば、

$$A \sin(\omega t - kx) \tag{5.2}$$

と書くことができます。そこで、これを 3 次元を伝わる波として表すために、位置ベクトル $\vec{x} = (x, y, z)$ に対して波数ベクトル $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ が、内積 $\vec{k} \cdot \vec{x}$ をとると位相の空間変化を表すようにできないか考えてみます。

波の進行方向を表すベクトルとして、波の進行方向を向き、大きさが波長に等しいベクトルを考えたくなります。しかし、これではうまくいきません。それをこれからみていきたいと思います。

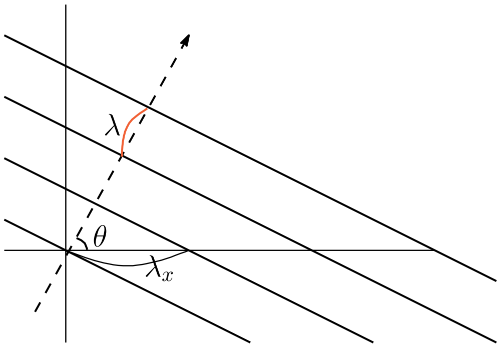


図 5.1　波長の射影は、いわゆる正射影にはならない

いま、波の進行方向を表すベクトル $\vec{e}=(e_x,e_y,e_z)$ を考えると、それぞれの成分は波線が各軸となす「方向余弦」となっています。たとえば、$x$ 軸となす角度を $\theta_x$ とすれば、$e_x=\cos\theta_x$ です。また、位置ベクトル $\vec{x}$ で表される点を考えると、その位置から波の進行方向への射影が $\vec{e}\cdot\vec{x}$ で表されますから、その点における位相は

$$\frac{1}{\lambda}\vec{e}\cdot\vec{x}$$

と書くことができます。一方、図 5.1 より $x$ 軸上にいる人が、ほかの方向の観測はできないとして、この波の波長を測定したときの測定値 $\lambda_x$ は、

$$\lambda_x=\frac{\lambda}{\cos\theta_x}=\frac{\lambda}{e_x} \tag{5.3}$$

となります。したがって、各方向で測定した波長 $\lambda_x,\lambda_y,\lambda_z$ に対して、波数ベクトルは、

$$\vec{k}=(k_x,k_y,k_z)=\frac{1}{\lambda}\vec{e}=(\frac{1}{\lambda_x},\frac{1}{\lambda_y},\frac{1}{\lambda_z}) \tag{5.4}$$

と定義できることが分かります。

さて、四元ベクトルを考えるならば、このベクトルはある四元ベクトルの空間部分になっていると思われます。四元波数ベクトルにしたときの時間成分としてふさわしいものは、波の位相の式 (5.2) から考えて、角振動数になっていると考えるのが自然でしょう。しかし、時間は $ct$ になっていることを考慮すると、四元波数ベクトルは、

$$k=(\frac{\omega}{c},\vec{k}) \tag{5.5}$$

とするべきでしょう。これを用いれば、

$$kx=\frac{\omega}{c}ct-\vec{k}\cdot\vec{x}=\omega t-\vec{k}\cdot\vec{x} \tag{5.6}$$

となって、位相を四元ベクトルで書くことができるようになりました。ただし、この四元波数ベクトルは、普通の位置ベクトルと違う点があります。それは、各成分の単位が長さの逆数になっていることです。逆にいえば、次元が逆になっているからこそ、掛けて「位相」という無次元数にすることができるわけですが、こういった対になったベクトルを「双対ベクトル」といいます。

これから、光の伝播の見え方を考察するために、四元波数ベクトルのローレンツ変換、一般的にいえば「逆数の世界」のベクトルがどのように変換すべきなのか、ということを考えていくことにしましょう。

### 5.1.2 波数ベクトルのローレンツ変換

光の波が空間を伝わっていく際、ある時空の 1 点を注目した場合、そこにいる波が山なのか谷なのか、もう少し詳しくいえばその時空点における「位相」はどんな観測者から見ても変わらないはずです。したがって、位相 $\phi$ は波数 $k$ と角振動数 $\omega$ を用いれば、

$$\phi=\omega t-kx \tag{5.7}$$

と書けますから、別の慣性系でみた場合でもこれが変わらない、すなわち

$$\phi=\omega t-\vec{k}\cdot\vec{x}\quad=\omega' t'-\vec{k'}\cdot\vec{x'} \tag{5.8}$$

が成り立つべきです。前節の内容を踏まえれば、この位相は四元ベクトルの内積で書かれたわけですから、

$$\phi=kx=k'x' \tag{5.9}$$

のように、内積を保つような変換が四元波数ベクトルに対して行われればよいことになります[*1]。

[*1] この式のように四元ベクトルをならべたときは、ミンコフスキー時空での内積をとることを意味し、3 次元ベクトルの普通の内積 · とは区別します。

前章で触れたように、ローレンツ変換というのは、

$$(ct)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$$

を不変に保つ変換でした。そのための条件式 (4.7) を考えれば、これは四元ベクトルの「長さ」だけでなく、二つの 4 元ベクトル $(x_0, x_1, x_2, x_3)$ と $(y_0, y_1, y_2, y_3)$ があって、それぞれがローレンツ変換を受けるとき、その 2 つのベクトルの内積を

$$xy = x^T\eta y = x_0y_0 - (x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3) \tag{5.10}$$

で定義すれば、これが

$$x'y' = (\Lambda x)^T\eta\Lambda y = x^T\Lambda^T\eta\Lambda y = x^T\eta y = xy \tag{5.11}$$

を満たします。つまり、内積の定義を上のように変えた時空において、ローレンツ変換は内積を保つ、ということがいえるでしょう。

そうすると、光の位相は、時空点のベクトル $(ct, x, y, z)$ と四元波数ベクトル $(\frac{\omega}{c}, k_x, k_y, k_z)$ の内積なのですから、四元波数ベクトルも同じローレンツ変換を受ければよいことになります。つまり、

$$\frac{\omega'}{c} = \gamma\left(\frac{\omega}{c} - \beta k\right) \tag{5.12}$$

$$k' = \gamma\,(k - \beta\omega) \tag{5.13}$$

と変換するのです。速度と光の進行方向が違う場合は、ベクトルのローレンツ変換式と同じ形になります。

これで波数ベクトルの変換が分かりました。以下、これから導き出される結果をいくつかみていくことにしましょう。

## 5.2　光のドップラー効果

まずは、ドップラー効果について考えてみましょう。

音波などの場合、媒質に対する音源や観測者の運動がそれぞれ問題になります。しかし、光の場合は媒質に対する運動というものがないですから、単純に光源と観測者の「相対運動」のみが問題になります。

ここでも、四元波数ベクトルのローレンツ変換を用います。変換式 (5.1.2) で、光速を表す式 $c = \frac{\omega}{k}$ の関係を用いて変形すれば、

$$\omega' = \frac{1-\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\omega = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\omega \tag{5.14}$$

$$k' = \frac{1-\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}k = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}k \tag{5.15}$$

$$\tag{5.16}$$

となります。これが相対論的な光のドップラー効果の式になります。音波とちがって[*2] 相対速度だけで表せるようになっています。

一般の方向からくる光の場合、観測者の運動方向を $x$ 軸にとれば、

$$\omega' = \frac{\omega - \beta c k_x}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\omega - \beta\omega\cos\theta}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1-\beta\cos\theta}{\sqrt{1-\beta^2}}\omega \tag{5.17}$$

$$k' = \frac{k_x - \beta\frac{\omega}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{k\cos\theta - \beta k}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\cos\theta - \beta}{\sqrt{1-\beta^2}}k \tag{5.18}$$

$$\tag{5.19}$$

[*2] 音波の場合は、音源の速度と観測者の速度を別々に考える必要がありました。

となります。（角）周波数の変換をみてみると、真横からの場合、すなわち $\theta = 90\,\mathrm{deg}$ の場合でもドップラー効果が存在することが分かります。具体的に書けば、

$$\omega' = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\omega \tag{5.20}$$

となります。これはちょうど、観測者からみて光源の時間の進み方が $\sqrt{1-\beta^2}$ 倍になることから説明されます。この現象は古典的な波動にはない性質で、「横ドップラー効果」といいます。

相対速度が光速に比べて十分小さい場合、分母の平方根が 1 になるとみなしてよいですから、

$$\omega' = (1-\beta)\omega = \frac{c-v}{v}\omega \tag{5.21}$$

となって、通常のドップラー効果の式と同じ形になることも確認できます。

## 5.3 光行差

次に、第 2 章で問題になった「光行差」について相対論で考えてみましょう。

地球の公転面に対しての角度 $\theta$ で飛んでくる星の光を地球から観測した場合、どう見えるでしょうか？

たとえば、$x$ 軸方向の波数に関しての変換をもう一度書くと、

$$k'_x = \frac{1-\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}k_x \tag{5.22}$$

です。この変換によって、方向余弦がどう変化するか考えて見ましょう。もとの方向余弦は、

$$\cos\theta = e_x = \frac{k_x}{|k|} \tag{5.23}$$

であり、観測される方向余弦は、

$$\cos\theta' = e'_x = \frac{k'_x}{|k'|} \tag{5.24}$$

です。これに変換を施してみます。

$$\cos\theta' = \frac{k'_x}{|k'|} = \frac{k'_x}{\frac{\omega'}{c}} \tag{5.25}$$

$$= \frac{k_x - \beta\frac{\omega}{c}}{\frac{\omega}{c} - \beta k_x} \tag{5.26}$$

$$= \frac{|k|(\cos\theta - \beta)}{|k|(1-\beta\cos\theta)} \tag{5.27}$$

$$= \frac{\cos\theta - \beta}{1-\beta\cos\theta} \tag{5.28}$$

これが相対論的に厳密な光行差の式になります。実際に計算してみましょう。光が飛んでくる方向と、それが観測される方向の関係は図 5.2 のようになります。

図 5.1 にあるように、波数ベクトルが右上に向かう光は、斜め後方からくる光を現します。そのため、これは真後ろを基準とした角度から飛んでくる光が、光行差によってどの方向からの光として観測されるかをグラフにしたものになります。つまり 0 が真後ろ、$\pi$ が正面ということになります。単位はラジアンになっています。速度 (グラフでは b と表記してあるのは $\beta$ です）が小さいときは余り変わりませんが、光速の 99 %にも達すると、ほとんど後ろの方からきた光でさえも、正面に近い方から飛んでくるように見えることがわかります。　これは $v \ll c$ の近似において、古典論と同じ結果になります。このときは、分母を近似によって

$$\frac{1}{1-\beta\cos\theta} \approx 1 + \beta\cos\theta$$

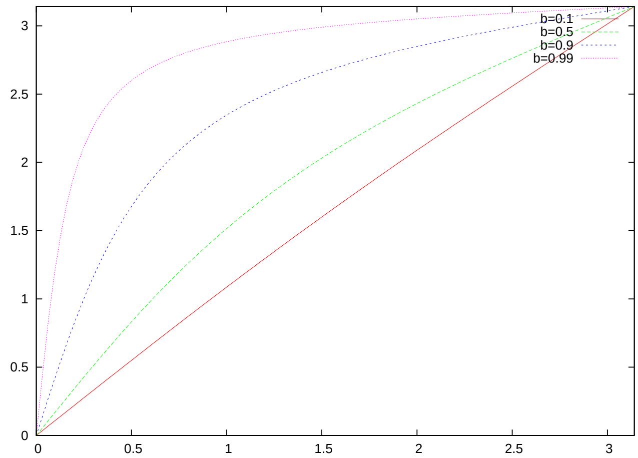


図 5.2　光行差による光の方向の変化

として、

$$\cos\theta' = (\cos\theta - \beta)(1 + \beta\cos\theta) \tag{5.29}$$
$$= \cos\theta - \beta + \beta\cos^2\theta - \beta^2\cos\theta \tag{5.30}$$

ここで、$\beta$ の 2 次の項を落とし、$1 - \cos^2\theta = \sin^2\theta$ を用いれば、

$$\cos\theta' = \cos\theta - \beta\sin^2\theta\cos\theta' - \cos\theta \qquad = -\beta\sin^2\theta \tag{5.31}$$

ここで、光行差角を $\Delta\theta = \theta' - \theta$ で定義すると、

$$\cos\theta' - \cos\theta = \cos(\theta + \Delta\theta) - \cos\theta \tag{5.32}$$
$$= \cos\theta\cos\Delta\theta - \sin\theta\sin\Delta\theta - \cos\theta \tag{5.33}$$

ここで、光行差角が十分小さいとして、$\cos\Delta\theta = 1, \sin\Delta\theta = \Delta\theta$ の近似を用いれば、

$$-\sin\theta\Delta\theta = -\beta\sin^2\theta \tag{5.34}$$
$$\Delta\theta = \beta\sin\theta \tag{5.35}$$

この計算には、もはや光が波動か粒子か、といった問題は関係ありません。また、エーテルという媒質も必要ありません。ただ、時間と空間の見え方が観測者の運動状態によって変わるということの帰結です。

## 5.4　フレネルの随伴係数の相対論的説明

もうひとつ、速度の合成からの帰結として説明可能なものとして、フレネルによる「随伴係数」について考えてみましょう。これは、エーテル説においては「部分的に引きずる」といったアドホックな仮説なしには説明できないものでした。

いま、速度 $v$ で運動する水の中を伝わる光が、静止系からみるとどうみえるか、ということを考えます。

水中を伝わる光の速度は、水の屈折率を $n$ とおけば $\frac{c}{n}$ になります。これに速度 $v$ を足せば、

$$V = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{1}{c^2}\frac{c}{n}v}$$
$$= \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{nc}}$$

これを元の $\frac{c}{n}$ と比べるために若干の変形をしてから近似します。

$$V = \frac{c}{n}\frac{1 + \frac{nv}{c}}{1 + \frac{1}{n}\frac{v}{c}} \tag{5.36}$$
$$= \frac{c}{n}\frac{1 + n\beta}{1 + \frac{1}{n}\beta} \tag{5.37}$$

これを近似していきます。

$$V \approx \frac{c}{n}(1+n\beta)\left(1-\frac{1}{n}\beta\right) \tag{5.38}$$
$$= \frac{c}{n}\left(1+n\beta-\frac{1}{n}\beta-\beta^2\right) \tag{5.39}$$
$$\approx \frac{c}{n}\cdot\left(1+n\beta-\frac{1}{n}\beta\right) \tag{5.40}$$
$$= \frac{c}{n}+c\beta-\frac{c}{n^2}\beta \tag{5.41}$$
$$= \frac{c}{n}+(1-\frac{1}{n^2})v \tag{5.42}$$

となり、フレネルの随伴係数を説明することができました。

## 5.5　走る箱がどう見えるか

　次に、高速で動く箱がどのように見えるのか考えます。

　いま $x$ 軸方向へ速度 $\beta$ で運動する箱を考えます。この箱の $x$ 方向の幅を $L$、奥行き（視線の方向）を $W$ としましょう。

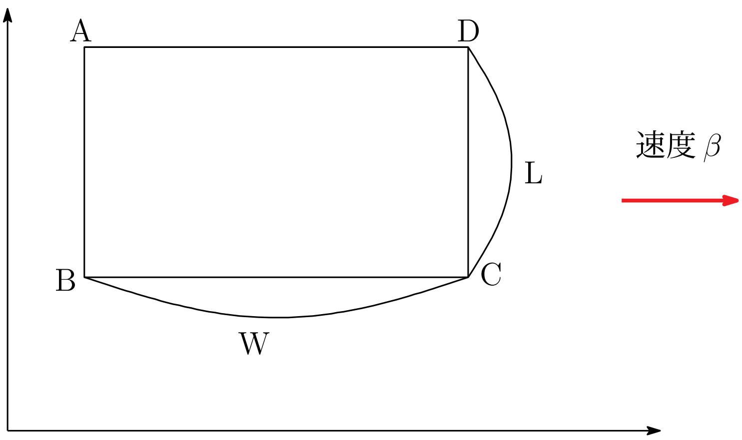


図 5.3　走る箱を横から見るとどう見えるか？

手前の辺 AB はローレンツ短縮によって長さ $\frac{L}{\gamma}$ に縮みます。問題は、その縮んだところに何が見えるかです。

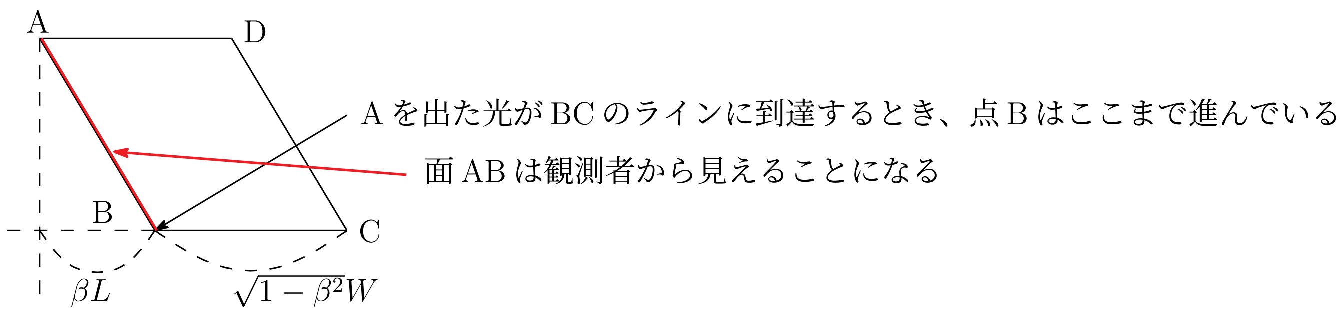


図 5.4　箱の側面が見える

奥の頂点 A から出た光と手前の頂点 A から出た光とは、距離が違いますから当然観測者に届くまでの時間が変わります。その時間差はおよそ $\Delta t = \frac{L}{c}$ ていどです。したがって、いま A を出発した光が辺 BC のラインに到達したとき、頂点 B はほぼ $\Delta tv = \beta L$ だけ進んでしまっています。つまり、A を出た光は BC にさえぎられることなく観測者に届きます。こうして、頂点 B の隣には、辺 AB が見えることになります。

この見え方ですが、AB の見える長さが $L\beta$、BC の見える長さが $\sqrt{1-\beta^2}W$ ですから、これはちょうど $\beta = \sin\theta$ とおけば、$L\sin\theta$、$W\cos\theta$ と表すことができます。つまり、箱が回転しているように見えるわけです。

つまり、運動する物体をみたとき、ローレンツ短縮で「つぶれて見える」わけではありません。物体が回転しているように見えるのです。これは、ガモフの名著「不思議の国の柴紗執爵誌@廚婆瓦涼鰻納　昭屬望茲鵤膺邑　肇爛鴉校瓩　　許こΔ箸靴峠个討　泙后Α涜　佞　琶　　蠅箏垢い里任垢　海譴讐踏蠅任后　海療世蓮　紊鵬檀　だ気気譴身如福嶽垰弋脹　茲離肇爛　鴉后廖砲任歪　気垢覽　劼　媛辰気譴討い泙靴拭

## 5.6　スターボウ - 宇宙旅行の風景

さて、今度は自分が光の速さに近いロケットに乗ったとき、どのような風景がみえるか考えて見ましょう。

これはいままでの議論でいえば、光行差とドップラー効果を併せて考えればよいのです。

まず、光行差を考えると、星からの光が飛んでくる角度が変わります。これによると、自分の速度が速くなればなるほど、星が自分の前方へ集まってくるように見えるでしょう。

次にドップラー効果を考えます。正面から来る光は、ドップラー効果によってより強く変化を受けます。したがって正面付近は青が強い（もっと正面の中心近くはおそらく可視光の範囲を超えてしまうでしょう）ことになり、中心から遠ざかるにつれて、ドップラー効果による変化が小さくなって、みえる星の光は赤に近づいていくでしょう。逆に後ろから来る光はより赤側に変化し、可視光よりもより長い波長域になってしまうでしょう。したがって、中心は見えないが、内側が青く外側が赤い輪のようなものがみえるでしょう。これを虹になぞらえて「スターボウ」と呼びます。

具体的に考えてみましょう。宇宙船がある星へ向かって飛んでいます。地球を出発して徐々に宇宙船が加速していくと、正面に見えた星座はだんだん中央へ向かって吸い寄せられるように見えます。これは光行差により光の進行方向がより正面からくるように観測されるからです。このとき、真横からくる光はちょうど正面からみて $\cos\theta' = \beta$ の角度をもつ方向からくるように観測されます。したがって、だんだんと後ろの風景に覆われていくような見え方をするでしょう。一方、ドップラー効果により中央に集まりつつある、正面方向からくる光については青味がかかって見え、後ろから覆うように広がりつつある背後の風景は徐々に赤みがかかって見えるようになります。

## 5.7　双子のパラドックス

ローレンツ変換の話をするときに、この「双子のパラドックス」に触れないわけにはいかないでしょう。これは以下のような話です。

> 地球にある双子の兄弟がいた。兄は、宇宙船に乗って光速の 99 %で宇宙旅行し、途中で引き返して地球に戻ってきた。一方の弟はずっと地球にいた。兄からみれば、弟の時計はローレンツ短縮で遅れることになり、地球に戻ってきたときに弟は兄よりずっと若いことになる。ところが、相対論では運動は相対的である。弟からみれば兄の時計は遅れて見え、兄が戻ってきたときには兄の方が若くみえることになる。つまり、兄からみれば弟の方が若く、弟からみれば兄の方が若い、ということになってしまう。これはおかしくないだろうか？

結論から言うと、この議論には大きな誤りがあります。それは「運動が相対的である」という部分です。特殊相対論の前提を思い出してみましょう。これは「等速直線運動をする系」どうしの関係を定めたものでした。しかし、この話では、兄の方が途中で引き返すという「加速度運動」をしています。この部分では特殊相対性原理は破れるのです。詳しくは一般相対論を使わなければなりませんが、実際にこの場合、彼らの年齢にどのくらいの差が生じるのか、ということについては特殊相対論の範疇で求めることができます。これからそれを見ていきましょう。

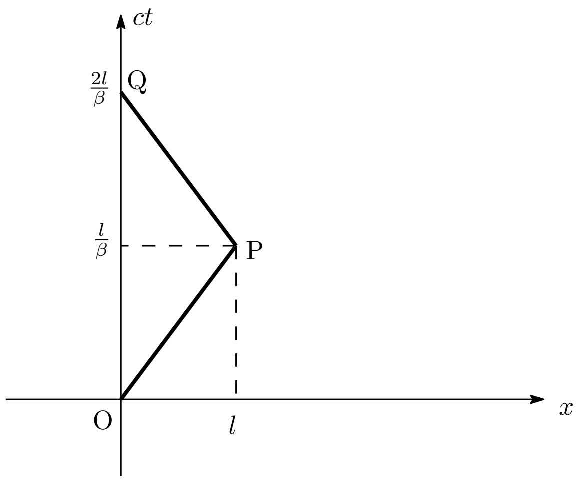


図 5.5　弟の慣性系からみた兄の経路と所要時間

この関係を、弟のいる慣性系から見た座標系で考えて見ます。兄の宇宙船の速度を $\beta$、目的地までの距離を $l$ としましょう。弟からみて、兄が戻ってくるまでの時間 $ct_0$ は、

$$ct_0 = \frac{2l}{\beta} \tag{5.43}$$

です。では兄の宇宙船でどのくらいの時間が経ったでしょうか。これを計算するには、前章で扱った「固有時」を用います。これはローレンツ変換しても不変な、したがって、その物体とともに運動する時計で測った「固有の」時間を示すものでした。これがまさに、「兄の経過時間」を意味するものと考えてよいでしょう。行きにかかる固有時間 $s$ は

$$s^2 = \left(\frac{l}{\beta}\right)^2 - l^2 = \frac{l^2}{\beta^2}(1-\beta^2) \tag{5.44}$$

よって、往復ではこの 2 倍ですから、

$$2s = \sqrt{1-\beta^2}\frac{2l}{\beta} = \sqrt{1-\beta^2}ct_0 \tag{5.45}$$

となります。これが兄の経過時間となり、弟の経過時間よりも短くなることが分かります。

ただ、これだけを見せられてもなかなか納得いくものではないでしょうし、そもそも「折り返し」の効果がいまいち分かりません。そこで、もう少し考察を進めることで、「折り返し」の効果をはっきりさせましょう。ロケットの加速や折り返しが一瞬でおわると仮定すれば、出発・折り返し・到着以外の部分では等速直線運動をしているのですから、ここでは特殊相対性原理が成り立つはずです。つまり、この区間では兄からみれば弟の時計は（観測することができるならば）、遅れていなければならないはずです。では、折り返し地点で何が起きるのでしょうか？

兄からみた弟の時計というのは、兄の慣性系における「同時刻」面が弟の時間軸のどこを切るか、という問題になります。弟の慣性系 $K$ を基準にした座標系における兄の時間軸を $K'$ で示し、兄の同時刻面（空間軸）はもとの $x$ 軸から内側に傾き $\beta$ の線になります。これを図では赤の実線で示しました。折り返し点 P における兄の時計は上に計算した固有時 $s$ です。この点 P から同時刻面を引いた線が $K$ の時間軸と交わる点を $ct_1$ で表すと、

$$\frac{l}{\beta} = \beta l + ct_1 \tag{5.46}$$

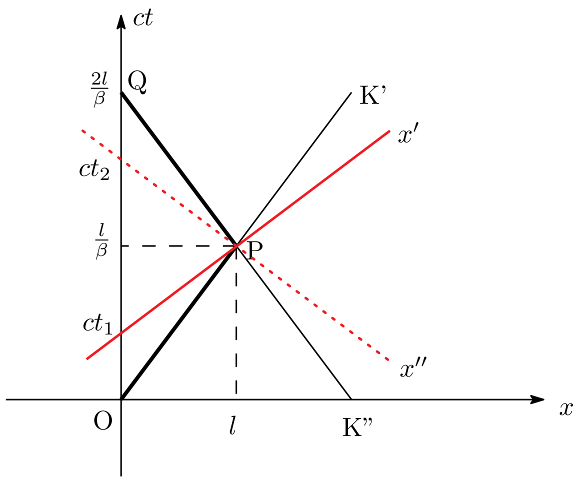


図 5.6　折り返し地点での慣性系の「乗り換え」とその時点における同時刻面

これを解いて、

$$ct_1 = \frac{l}{\beta} - \beta l \tag{5.47}$$

$$= \frac{l}{\beta}(1-\beta^2) \tag{5.48}$$

$$= \sqrt{1-\beta^2}s \tag{5.49}$$

ですから、兄の時計からみて $\sqrt{1-\beta^2}$ 遅れていることになるので矛盾はありません。

次に帰りですが、これは別の慣性系に「乗り換える」ことになります。その慣性系を $K''$ で表します。これは原点と P をはさんで反対側の点から、逆向きに運動してきてちょうど点 P で $K'$ 系とすれ違う慣性系になります。これは $-\beta$ で運動する系ですから、同時刻面は傾き $-\beta$ の直線になります。この線を赤の点線で描きました。したがって、$K''$ 系において弟をみれば、その時計は切片である $ct_2$ と観測されます。これを求めてみましょう。

$$\frac{l}{\beta} = -\beta l + ct_2 \tag{5.50}$$

ですから、これを解いて、

$$ct_2 = \frac{l}{\beta} + \beta l \tag{5.51}$$

$$= \frac{l}{\beta}(1+\beta^2) \tag{5.52}$$

となります。つまり、この加速度運動に伴う慣性系の「乗り換え」を行うと、同じ点 P でも対応する弟の時間が異なるのです。この差は、

$$ct_2 - ct_1 = 2\beta^2\frac{l}{\beta} = 2\beta l \tag{5.53}$$

です。折り返す運動は実際にはいくらかの時間がかかるでしょう。その間に弟の時計はいっきにこれだけ進むことになるのです。

したがって、兄からみた場合、行きと帰りはそれぞれ自分の時計では $s = \sqrt{1-\beta^2}\frac{l}{\beta}$ かかり、その間に弟の時計は $\sqrt{1-\beta^2}s = (1-\beta^2)\frac{l}{\beta}$ 進みます。しかし、乗り換え時に弟の時計はいっきに進むので、往復全体にわたっての弟の時計は、

$$2\times(1-\beta^2)\frac{l}{\beta} + 2\beta l = \frac{2l}{\beta} \tag{5.54}$$

これは最初に計算した弟の経過時間にほかなりませんから、どちらの視点で考えても矛盾はないということになります。

加速度運動ということは、何か力がはたらいているということです。一般相対性理論によれば、力がはたらくとき「重力による時計の遅れ効果」が生じます。この観点からも折り返し地点において弟の時計がいっきに進むことが説明できます。どちらにせよ、「双子のパラドックス」のポイントは折り返しという加速度運動において運動が対称でなくなるところにあるのです。

## 5.8 まとめ

この章では、ローレンツ変換を行うことによって「運動学的に」分かることを挙げてみました。有名な話を中心にローレンツ変換というものがどのように世界の見え方を変えるのか、イメージしやすいものを選んでみました。とくに最後の３つは光速に近い宇宙旅行が実現した場合に、どういうことが起きるのか、ということをテーマにしています。実際にそういう風景がみれるときがくるのでしょうか。ローレンツ変換だけを使って分かることはまだたくさんあります。そういう話題についても追々加えるなり、ブログなどで扱うなりしていきたいと思います。

ここでひとまず第１部の運動学的な考察は終わりになります。ここまでの話では、主に「どう見えるか」ということだけを問題にしてきました。ここからは、運動の法則や電磁場などを含めた「物理学」の内容に入っていきたいと思います。